

Saisonnalité et prévision

Introduction

Le secteur de l'hôtellerie-restauration fait l'objet de fortes variations saisonnières qui ont un caractère structurel. Ces variations doivent être saisies sous différents horizons de temps en ne perdant pas de vue que l'activité résulte, de manière générale, de multiples mouvements saisonniers qui se combinent et à effets cumulatifs.

Dès lors, techniques de gestion (gestion budgétaire, montage financier de création d'entreprise,...) ou problématiques professionnelles (organisation des plannings de service, recherche de productivité,...) qui s'appuient sur des prévisions d'activité nécessitent de prendre en compte cette saisonnalité.

Les enseignements en BTS hôtellerie-restauration doivent donc traiter cette saisonnalité et en appréhender les dimensions économiques et sociologiques (les déterminants de la saisonnalité), mathématiques et statistiques (objet de cette publication), afin d'en saisir les implications managériales et les enjeux commerciaux.

Dans une perspective d'enseignement, il convient bien sûr de borner ce thème d'étude afin d'unifier nos objectifs et pratiques pédagogiques.

Plan de cette note :

- 1) L'activité hôtelière est sujette à des saisonnalités multiples et combinées
- 2) Série chronologique, ajustement et saisonnalité
- 3) Les composantes d'une série chronologique
- 4) Deux types de séries chronologiques
- 5) Les méthodes de détermination des coefficients saisonniers et de prévision
- 6) Les outils fournis - précautions d'utilisation
- 7) Synthèse des méthodologies de calcul des coefficients saisonniers
- 8) Illustration et commentaire
- 9) Deux exemples de traitement d'une série
- 10) Considérations pédagogiques

1) L'activité hôtelière est sujette à des saisonnalités multiples et combinées

Loin d'être linéaire, l'activité hôtelière et de restauration est l'objet de mouvements saisonniers marqués. Ces mouvements constituent une caractéristique structurelle forte de l'activité.

L'observation de séries statistiques de fréquentation d'établissements de tous types est, à cet égard, riche d'enseignement. On peut, en effet, illustrer de nombreux phénomènes saisonniers. Citons les principaux :

- mouvement saisonnier à périodicité annuelle,
- mouvement saisonnier à périodicité hebdomadaire,
- mouvement saisonnier à périodicité journalière.

Prenons l'exemple d'une brasserie parisienne, dont les statistiques de fréquentation sont présentées dans le classeur Excel intitulé « 1-brasserie-fréquentation.xls ». Pour des raisons de commodité, les données ont été regroupées (additionnées) pour chacun des mois d'octobre N à avril N+1.

Quelques commentaires :

Sur le fond : On observe, de façon assez triviale, une saisonnalité journalière marquée avec deux moments forts correspondant aux périodes de déjeuner et dîner dans une brasserie ouverte en continu dans la journée. Ce graphique illustre, par ailleurs, un phénomène typique observé dans une ville comme Paris (et on peut supposer dans d'autres capitales et grandes agglomérations). En effet, le soir, on peut remarquer un premier « pic de fréquentation » entre 19 heures et 21 heures 30 doublé d'un deuxième, vers 22 heures 30 - 24 heures,

caractéristiques de secondes parties de soirées pendant lesquelles on se restaure après avoir participé à des activités culturelles par exemple.

Sur la forme : L'agrégation des données et le graphique associé ne seraient pas exploitables ainsi dans une perspective d'étude de la saisonnalité journalière. En effet, trois raisons majeures devraient conduire à reconsidérer les données à prendre en compte pour en faire une étude statistique :

- 1) La saisonnalité horaire au cours d'une période journalière est probablement différente suivant les jours de la semaine (ce qui est souvent le cas en restauration commerciale où on observe un comportement de clientèle différent entre les jours ouvrés et les fins de semaine). Il conviendrait donc de travailler sur des séries relatives aux mêmes jours d'une semaine (par exemple le lundi) afin d'annuler l'influence de la variation saisonnière hebdomadaire.
- 2) On peut penser également que la fréquentation journalière est influencée par une saisonnalité annuelle de la fréquentation (différente d'un point de vue quantitatif et commercial suivant les périodes de l'année compte tenu des modes de vies : périodes de vacances ou non). Il conviendrait donc, afin de rendre l'étude plus pertinente, de travailler sur plusieurs séries de données journalières relatives à une période d'activité homogène (par exemple octobre à novembre). S'agissant de coefficients saisonniers horaires, ils devraient être déterminés en annulant l'influence de la variation saisonnière annuelle.
- 3) Plus prosaïquement, les données proposées sont relatives à des périodes qui diffèrent en nombre de jours ouvrables.

L'étude de la saisonnalité repose sur une bonne compréhension des mouvements saisonniers qui affectent l'activité sous différents horizons de temps.

2) Série chronologique, ajustement et saisonnalité

Une série chronologique (ou chronique, ou série temporelle) est une série statistique obtenue en étudiant l'évolution d'un phénomène en fonction du temps (chiffres d'affaires, fréquentation d'un établissement). Les statistiques économiques présentent de nombreux exemples de séries chronologiques (indice des prix, taux de chômage, cours de la bourse,...).

Une série chronologique se représente sous la forme d'un nuage de points. Dans une telle série, on peut rechercher une relation, une liaison entre le phénomène observé et le temps (x ou t que l'on porte en abscisse) en supposant que le temps est un facteur explicatif de l'évolution du phénomène (le résultat à l'instant t dépend fréquemment des résultats précédents). Si les observations sont suffisamment significatives et après calcul et appréciation du rapport de corrélation, on pourra déterminer l'équation d'une courbe d'ajustement et établir ainsi un modèle de prévision.

Dans le cas d'un ajustement linéaire (seul le modèle linéaire est étudié), la tendance de longue période obtenue ne donne qu'une indication générale et ne permet pas d'effectuer des prévisions pour une période précise d'une année à venir (semaine, mois, trimestre) lorsque la série chronologique fait apparaître des variations saisonnières.

Il faut donc calculer pour chaque période considérée un coefficient qui, appliqué à la prévision obtenue par l'équation d'ajustement linéaire, permettra d'obtenir la prévision recherchée corrigée de la variation saisonnière. Ce coefficient porte le nom de coefficient saisonnier.

3) Les composantes d'une série chronologique

Si on considère une fonction $y = F(t)$ donnant le phénomène y en fonction du temps. Cette fonction F(t) se décompose en trois fonctions :

$$F(t) = T(t) + S(t) + R(t)$$

T(t) est la **tendance ou trend** : évolution à très long terme du phénomène, débarrassé de ses fluctuations saisonnières et aléatoires. Cette tendance, sur les séries économiques notamment, n'est pas linéaire mais fait l'objet de fluctuations qui correspondent à la succession des phases du cycle économique. Le cycle n'est pas étudié de manière distincte, son évolution est confondue avec celle du trend.

Lorsque le trend est linéaire, il est exprimé analytiquement par une équation de la forme $y = a \cdot x + b$

S(t) est la **fluctuation saisonnière** : fluctuations périodiques régulières qui se superposent au trend. Leur période peut être journalière (fréquentation d'un établissement), hebdomadaire, trimestrielle ou annuelle. Elles ont de multiples causes : mode de vie, coutumes, cycle des saisons, réglementation,...

Deux principes sont à la base de la notion (et donc du calcul) des variations saisonnières :

- la variation saisonnière se répète à l'identique à chaque période → principe de répétition à l'identique,
- l'influence des variations saisonnières est neutre → principe de conservation des aires.

R(t) est la **variation accidentelle ou résiduelle** : ce sont des fluctuations aléatoires dues à un grand nombre de petites causes. Elles représentent dans l'évolution du phénomène étudié la part dont les composantes T(t) et S(t) ne peuvent expliquer.

On considère que sur un petit nombre d'années (ou périodes), les R(t) se compensent. La somme des R(t) est égale à 0.

4) Deux types de séries chronologiques

Schéma (ou modèle) additif

La série se décompose en composantes indépendantes les unes des autres. La composante saisonnière de la série, comme la variation résiduelle, est indépendante du mouvement de longue période (trend).

$$F(t) = T(t) + S(t) + R(t) \text{ avec } T(t) = a \cdot t + b \text{ et } R(t) = 0$$

Schéma (ou modèle) multiplicatif

La série se décompose en composantes dépendantes les unes des autres. La composante saisonnière de la série est proportionnelle au mouvement de longue période (trend).

$$F(t) = T(t) \cdot S(t) + R(t) \text{ avec } R(t) = 0 \text{ (seule forme envisagée ici)}$$

5) Les méthodes de détermination des coefficients saisonniers et de prévision

Plusieurs méthodes existent. Le schéma présenté page 5 reprend celles plus fréquemment rencontrées dans les enseignements en BTS.

Le classeur « 2-SC-CS.xls » permet de déterminer les coefficients saisonniers par la méthode des moyennes mobiles et la méthode des différences ou rapports au trend (1).

Il est également fourni un classeur intitulé « 3-SC-CS-ME.xls » permettant de déterminer les coefficients saisonniers par la méthode des moyennes échelonnées. Ce classeur permet de développer l'illustration présenté en point 7.

Le classeur Excel « 2-SC-CS.xls » est complété par des exemples à des fins d'illustration. Ces exemples permettent d'avoir un aperçu rapide des traitements effectués et des résultats obtenus. Les traitements statistiques ne sont pas commentés.

6) Les outils fournis – précautions d'utilisation

Ces classeurs ont été construits pour un **usage personnel**. Je les propose **en l'état**, code Visual Basic non protégé, afin que chacun puisse en prendre connaissance et éventuellement les modifier et/ou les améliorer.

Ces classeurs ont été mis au point dans Excel, version 2000, et testés également dans les versions ultérieures jusqu'à Excel version 2007. Normalement, ils fonctionnent sans difficultés dans les versions 2003 et 2007.

Pour en utiliser toutes les potentialités, il est impératif d'activer les macros. Le code Visual Basic est ici inoffensif et vous pouvez le faire sans crainte.

➤ **Dans Excel, version 2003 :**

Lors de la première ouverture d'un fichier contenant du code Visual Basic, un message de sécurité peut apparaître. Ignorez-le.

Si aucune barre d'outils intitulée « Série chronologique » n'apparaît, soit flottante sur la feuille, soit en liste dans « Affichage », « Barres d'outils », il convient de modifier le niveau de sécurité par défaut : Dans le menu « Outils », sélectionnez « Macros », puis « Sécurité ». Cochez temporairement « Niveau de sécurité faible », puis validez. Fermez le fichier ouvert, puis rouvrez-le. Une barre d'outils flottante doit apparaître.

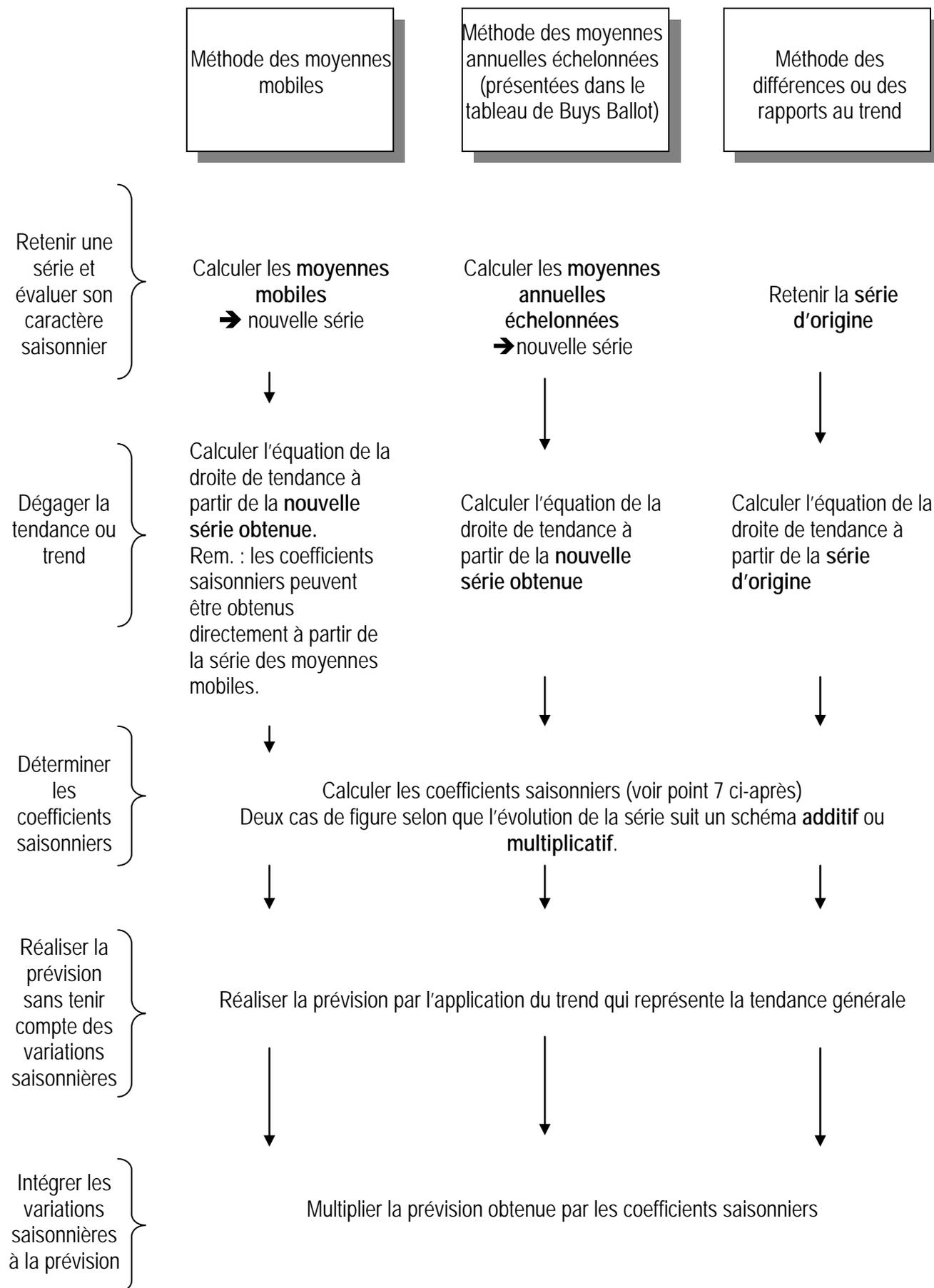
➤ **Dans Excel, version 2007 :**

A l'ouverture du classeur, un avertissement de sécurité indique que du contenu actif est désactivé. Il est nécessaire, en cliquant sur le bouton « Options » d'activer le contenu. Cela permet d'obtenir, dans la barre de menu, une entrée « Compléments » qui donne accès à un menu supplémentaire dans le ruban d'Excel.

Je propose ces classeurs à tous ceux qui veulent les utiliser et/ou les modifier **dans le cadre de leur travail personnel**.

Je les ai construits pour réaliser rapidement des graphiques pouvant être projetés sur écran et permettant d'illustrer les calculs effectués en visualisant les séries obtenues.

Méthodes de détermination des coefficients saisonniers et de prévision



7) Synthèse des méthodologies de calcul des coefficients Saisonniers

Schéma (ou modèle) additif

- La série se décompose en composantes indépendantes les unes des autres. La **composante saisonnière** de la série est **indépendante** du mouvement de longue période → **Variations d'amplitudes égales**

$$F(t) = T(t) + S(t)$$

On suppose que la variation résiduelle n'existe pas ou, ce qui revient au même, est intégrée dans le trend.

- Le trend s'écrit $T(t) = a t + b$ (seul l'ajustement linéaire est étudié)
Donc $F(t) = a t + b + S(t)$
Les coefficients a et b de l'équation du trend sont calculés par la méthode des moindres carrés.

- Le calcul des variations saisonnières : $S(t) = F(t) - T(t)$
- Les F(t) sont les **valeurs observées (série brute)**,
- Les T(t) sont les valeurs calculées à partir de l'équation du trend.
Exemple : si la série comporte des données **mensuelles** sur 3 ans, on calcule $3 * 12 = 36$ valeurs de S(t), si les données sont **trimestrielles**, $3 * 4 = 12$ valeurs de S(t).

- Les coefficients saisonniers S_j
- On retient **12 valeurs de S_j (de S1 à S12)** si la série est **mensuelle**. On calcule donc la **moyenne arithmétique**, mois par mois, des S(t) sur l'ensemble des n années.
- On retient **4 valeurs de S_j (de S1 à S4)** si la série est **trimestrielle**. On calcule donc la **moyenne arithmétique**, trimestre par trimestre, des S(t) sur l'ensemble des n années.

La **somme ou la moyenne** des coefficients saisonniers doit être **nulle**.

Justification : les variations saisonnières sont neutres sur l'année. C'est le principe de la conservation des aires.

- Les coefficients saisonniers corrigés S'_j

Souvent, les arrondis des calculs conduisent à une somme des coefficients saisonniers légèrement différente de 0.

Dans ce cas, on calcule :

Un **coefficient correcteur ρ = moyenne des S_j sur l'année**.

Il répartit l'erreur d'approximation sur l'ensemble des périodes et permet que le principe selon lequel la somme des coefficients saisonniers est nulle soit respecté.

On retient, en définitif, des **coefficients saisonniers corrigés** calculés ainsi :

$$S'_j = S_j - \rho$$

- La **série corrigée des variations saisonnières (série CVS)**
C'est la série qui permet de suivre l'évolution du phénomène dans le temps, épuré des mouvements saisonniers de période en période.
Dans le modèle additif, on retranche aux valeurs brutes de la série les coefficients saisonniers corrigés déterminés.

$$F'(t) = F(t) - S'_j$$

Cette opération s'appelle « désaisonnalisation ».

Schéma (ou modèle) multiplicatif

- La série se décompose en composantes dépendantes les unes des autres. La **composante saisonnière** de la série est **proportionnelle** au mouvement de longue période → **Variations d'amplitudes variables (croissantes / décroissantes)**

$$F(t) = T(t) * S(t)$$

On suppose que la variation résiduelle n'existe pas ou, ce qui revient au même, est intégrée dans le trend.

- Le trend s'écrit $T(t) = a t + b$ (seul l'ajustement linéaire est étudié)
Donc $F(t) = (a t + b) * S(t)$
Les coefficients a et b de l'équation du trend sont calculés par la méthode des moindres carrés.

- Le calcul des variations saisonnières :
 $S(t) = F(t) / T(t)$
- Les F(t) sont les **valeurs observées (série brute)**,
- Les T(t) sont les **valeurs calculées à partir de l'équation du trend**.

- Les coefficients saisonniers S_j

Même démarche et mêmes calculs que pour le modèle additif

La **moyenne** des coefficients saisonniers doit être égale à 1 (la somme à 12 si données mensuelles ou à 4 si données trimestrielles).
Même justification que pour le modèle additif

- Les coefficients saisonniers corrigés S'_j

Même constat que pour le modèle additif

On calcule :

Un **coefficient correcteur ρ = moyenne des S_j sur l'année**.

On retient, en définitif, des **coefficients saisonniers corrigés** calculés ainsi :

$$S'_j = S_j / \rho$$

- La **série corrigée des variations saisonnières (série CVS)**
Dans le modèle multiplicatif, on divise les valeurs brutes de la série par les coefficients saisonniers corrigés déterminés.

$$F'(t) = F(t) / S'_j$$

8) Illustration et commentaire

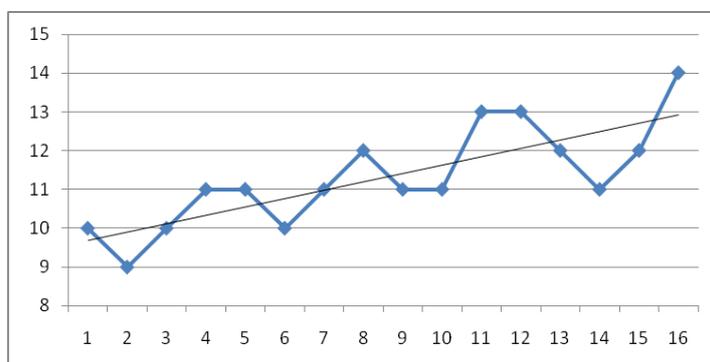
Quand est-il lorsque l'on teste ces 3 méthodologies sur les mêmes séries ? Supposons 2 séries très simples et mettons en œuvre ces 3 méthodologies afin de déterminer les coefficients saisonniers.

Soit la série fictive 1 suivante :

Pour quatre années, trimestriellement, le chiffre d'affaires d'une entreprise (en milliers d'euros)

Trimestre Années	1	2	3	4
N	10	9	10	11
N+1	11	10	11	12
N+2	11	11	13	13
N+3	12	11	12	14

L'examen de la série montre un modèle multiplicatif, série croissante :

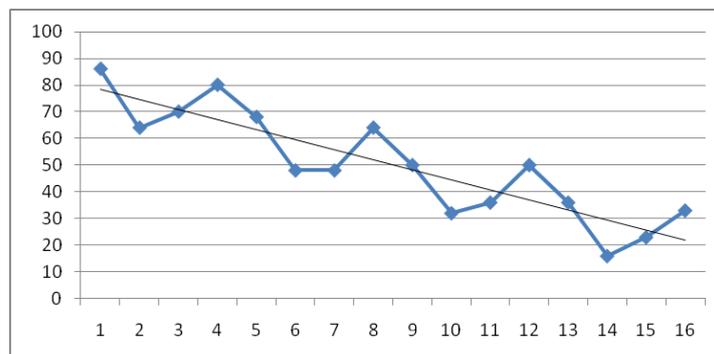


Soit la série fictive 2 suivante :

Pour quatre années, trimestriellement, le chiffre d'affaires d'une entreprise (en milliers d'euros)

Trimestre Années	1	2	3	4
N	86	64	70	80
N+1	68	48	48	64
N+2	50	32	36	50
N+3	36	16	23	33

L'examen de la série montre un modèle additif, série décroissante :



Synthèse : coefficients saisonniers obtenus par les 3 méthodes :

L'utilisation des classeurs 2-SC-CS.xls et 3-SC-CS-ME.xls permet d'obtenir les résultats suivants :

Méthodes	Méthode des rapports ou différences au trend	Méthode des moyennes échelonnées présentées dans le tableau de Buys Ballot	Méthode des moyennes mobiles
Série 1			
Modèle	Multiplicatif	Multiplicatif	Multiplicatif
Trend	$Y = 0,2162 * x + 9,475$	$Y = 0,19375 * x + 9,6656$	
Coef. saisonniers	S1 = 1,0035 S2 = 0,9155 S3 = 1,0073 S4 = 1,0736	S1 = 0,9987 S2 = 0,9146 S3 = 1,0087 S4 = 1,0781	S1 = 0,9943 S2 = 0,9181 S3 = 1,0204 S4 = 1,0672
Série 2			
Modèle	Additif	Additif	Additif
Trend	$Y = -3,7735 * x + 82,325$	$Y = -3,975 * x + 84,0375$	
Coef. saisonniers	S1 = 4,08971 S2 = -12,13676 S3 = -4,11324 S4 = 12,16029	S1 = 3,7875 S2 = -12,2375 S3 = -4,0125 S4 = 12,4625	S1 = 3,52083 S2 = -11,89583 S3 = -4,52083 S4 = 12,89583

Les quatre fichiers Excel « 5-Série fictive 1-*.xls » et « 5-Série fictive 2-*.xls » (avec * valant « rapports au trend » ou « moyennes mobiles ») ainsi que le classeur « 3-SC-CS-ME.xls » présentent les calculs et/ou graphiques des 6 cas présentés dans le tableau ci-dessus.

L'examen des coefficients saisonniers obtenus appelle deux commentaires :

- 1) Les coefficients saisonniers obtenus révèlent une prise en compte relativement homogène de la saisonnalité.
- 2) La méthode des moyennes mobiles, qui ne postule aucune tendance, s'écarte davantage dans ses résultats, des deux autres méthodes.

Dans le tableau ci-dessus, en 4^{ème} colonne, les coefficients saisonniers sont calculés **directement** à partir de la série des moyennes mobiles. Le classeur 2-SC-CS.xls permet également de calculer les coefficients saisonniers en déterminant le trend de la série des moyennes mobiles ou d'une portion de celle-ci. Il convient de noter que cette possibilité est offerte dans le classeur pour se conformer à cet usage parfois rencontré. Idéalement, le calcul des moyennes mobiles est utile pour lisser une série brute pour laquelle on ne postule aucune tendance. C'est souvent le cas de séries du domaine économique.

9) Deux exemples de traitement d'une série

Le fichier « 4-SC-CS-Exemple de sortie obtenue à partir de 2-SC-CS.xls.xls » donne un exemple de sortie obtenue à partir de 2-SC-CS.xls. Cette sortie est obtenue en utilisant la commande « Copier la feuille dans un nouveau classeur » du menu « Boîte à outils » en cochant les 3 options proposées.

Le fichier « 6-SC-CS-exemple de renversement de tendance.xls » donne un aperçu du traitement d'une série pour laquelle, après examen, on ne retiendrait qu'une portion de la série des moyennes mobiles, celle supposée représentative d'une nouvelle tendance.

10) Considérations pédagogiques

Il convient de rappeler que ces méthodologies de calcul vont au-delà de ce qu'il est habituellement convenu d'enseigner en BTS HR.

Depuis de nombreuses années (2) et sous réserve d'une rénovation des programmes de BTS HR, bien que cela n'ait aucun caractère officiel, les pratiques pédagogiques conduisent à privilégier la méthode des rapports au trend, ce dernier étant déterminé par la méthode des moindres carrés.

Dans le même ordre d'idées, le calcul éventuel d'un coefficient correcteur permettant de répartir l'erreur d'approximation sur l'ensemble des périodes n'est pas impératif. On peut se contenter d'arrondis logiques selon un degré de précision voulu.

Quelque soit la méthode retenue, il convient cependant d'expliquer et de montrer (d'où l'intérêt de générer des graphiques en couleurs de qualité avec l'outil proposé) que les coefficients saisonniers déterminés, appliqués au trend, permettent de générer une nouvelle série modélisant la série brute, série d'origine. S'il est vrai qu'il apparaît pratique de prolonger la série d'origine par la prévision, il faut cependant distinguer conceptuellement la série d'origine et le modèle obtenu.

Enfin, il me semble important, et ce thème d'étude s'y prête particulièrement, d'aborder la notion de « désaisonnalisation » et de procéder au calcul des valeurs d'une série désaisonnalisée sur un exemple simple. Désaisonnaliser une série consiste à obtenir une nouvelle série du phénomène étudié en fonction du temps épuré des mouvements saisonniers de période en période (série dans laquelle on ne conserve que le trend et les variations accidentelles). Ainsi, on pourra utilement voir l'intérêt de cette notion en prenant un exemple de série désaisonnalisée de la vie économique (et se rapprocher du cours d'économie générale).

Gilles Fréchet
Lycée Jean DROUANT
20, rue Médéric
75017 PARIS
gilles.frechet@ac-paris.fr

(1) Lorsqu'on écrit du code, en informatique, il faut savoir rester humble. J'ai testé ce classeur sur de nombreuses séries. Il est sans doute perfectible et non dépourvu de bogues (bug).

(2) « Préconisations de la commission pour les mathématiques appliquées du séminaire inter-académique hôtelier de Saint-Quentin en Yvelines des 30 et 31 janvier 1995. Les remarques de ce séminaire ont ensuite été approuvées en l'état par les participants à la réunion concernant l'organisation du BTS hôtellerie-restauration qui s'est tenue à Marseille le 26.01.1996 et ont été enfin communiquées à l'occasion d'une journée d'information pour le BTS hôtellerie qui s'est tenue au LTH de Nice le 18 septembre 1998 ».